

Построение и чтение графиков функций

ОГЭ 2016. Задание №23

Новикова Наталья Ивановна
учитель математики
МОУ "Венгеровская средняя
общеобразовательная школа"
Ракитянского района
Белгородской области

По материалам ФИПИ

В задании № 23 одно из проверяемых умений – умение строить и читать графики функций. Решение похожих заданий можно посмотреть [здесь](#) или [здесь](#).

4СВ11В Постройте график функции $y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

Выполним преобразования формулы $y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$ и найдем область определения функции.

$$y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x} = -4 - \frac{x+1}{x(x+1)} = -4 - \frac{1}{x}.$$

1. Поскольку выражение $-4 - \frac{x+1}{x^2+x}$ дробно рациональное, то

знаменатель не должен обращаться в нуль. Приравняем знаменатель к нулю, найдем корни уравнения. Эти числа не входят в область определения функции.

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x+1)=0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -1$$

Получаем $D(y)$: все числа, кроме $x = 0$; $x = -1$.

2. Проанализируем функцию $y = -4 - \frac{1}{x}$.

$-\frac{1}{x}$ - это гипербола и ее ветви расположены во II и VI четвертях,

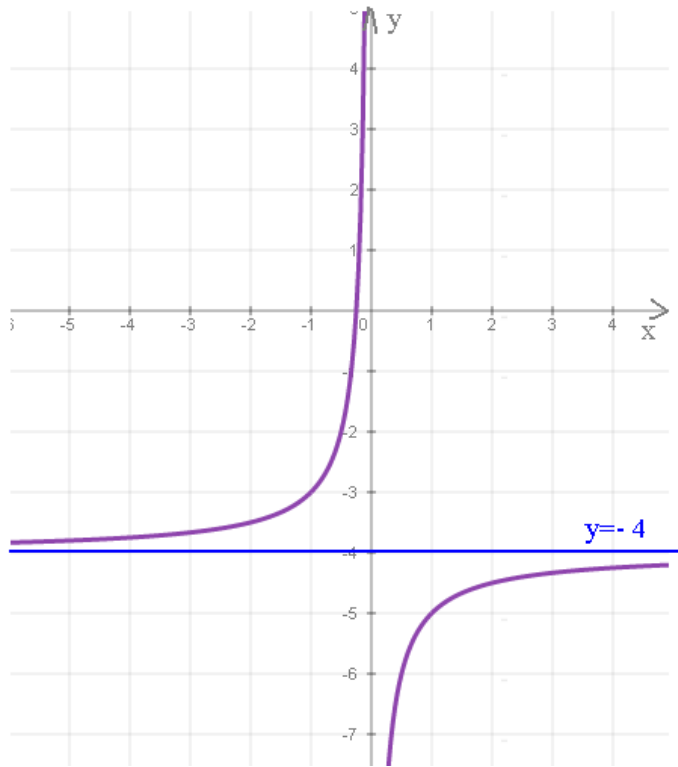
т.к. коэффициент отрицательный.

Число -4 показывает, что график нужно сдвинуть вдоль оси ОУ вниз на 4 единицы.

А так как в области значений гиперболы отсутствует 0, то и данная функция в области значений будет иметь разрыв. Чтобы найти эту точку достаточно к числу 0 прибавить число -4 .

$$0 - 4 = -4.$$

Это означает, что график не будет пересекать прямую $y = -4$.



Построение графика.

Проведем прямую $y = -4$. Будем считать, что это ось OX , строим график функции

$$y = -\frac{1}{x}$$

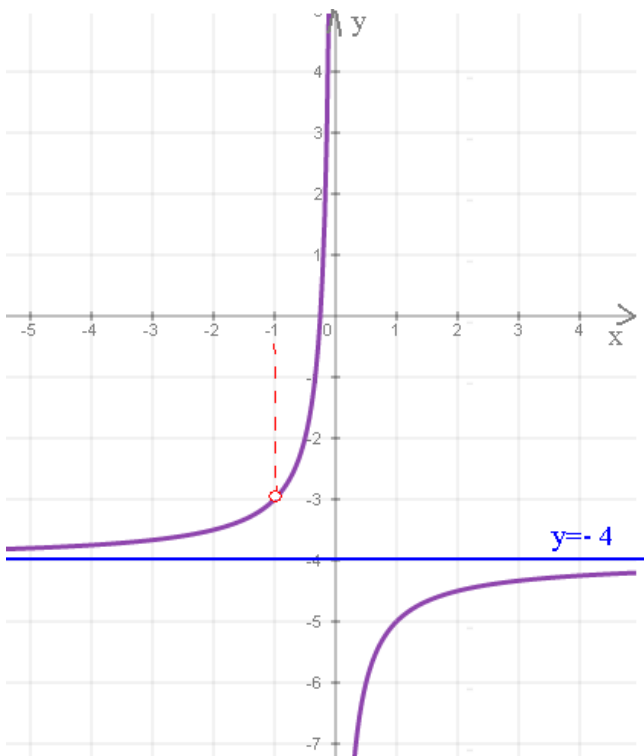


График построен, но очень **важный момент:**

При $x = 0$ и $x = -1$ значений функции не существует. На графике это должно выглядеть, как пустая точка (для $x = 1$, ось OY – асимптота). Наносим последний штрих:

Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если $m = -4$ и $m = -3$.

68FF8D Найдите p и постройте график функции $y = x^2 + p$, если известно, что прямая $y = 4x$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Поскольку точка принадлежит обоим графикам, то ее координаты удовлетворяют уравнениям

$$y = x^2 + p \text{ и } y = 4x.$$

Т.к. левые части уравнений равны, то и правые тоже равны. Составим уравнение:

$$x^2 + p = 4x$$

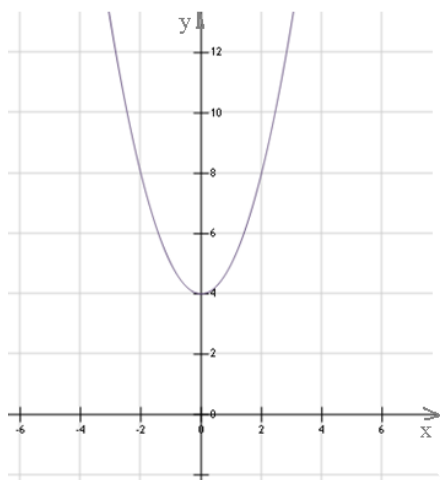
Решим его:

$$\begin{aligned}x^2 + p &= 4x \\x^2 + 4x + p &= 0\end{aligned}$$

Видим, что это квадратное уравнение, и по условию оно должно иметь одно решение (точка пересечения одна). Такое уравнение имеет одно решение, если дискриминант равен нулю.

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + p &= 0 \\D &= 4 - p \\4 - p &= 0 \\p &= 4\end{aligned}$$

Получаем уравнение первой функции: $y = x^2 + 4$.



Остается построить график. Это парабола, ветви направлены вверх, смещена вверх вдоль оси OY на 4 единицы. Точка с координатами $(0; 4)$ – вершина, построим с помощью графика $y = x^2$.

Литература

1. Открытый банк заданий ОГЭ [Электронный ресурс] / Федеральный институт педагогических измерений, ФИПИ, - Режим доступа: http://85.142.162.117/os/xmodules/qprint/index.php?proj_guid=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0&theme_guid=7B6B44E0BD5B9138465A8D93E91F2459&groupno=45&groupno=54, свободный. Загл. с экрана.